

E L E M E N T I

D E L L A

G E O G R A F I A

E C A N O N I P R I N C I P A L I

DELLA TRIGONOMETRIA SFERICA

D I

C A R L O B E N F E R E R I

P R O F E S S O R E D I F I S I C A

NELLA SCUOLA MILITARE D'ARTIGLIERIA E GENIO

D I M O D E N A

IN MODENA MDCCCVIII

P R E S S O L A S O C I E T À T I P O G R A F I C A .



PREFAZIONE

Ad intendere le Carte geografiche , a distinguere in esse le differenti parti della superficie terrestre , a determinarne i limiti , a valutarne le situazioni basta solo di avere ben concepita la Sfera armillare , osservati i globi , e compreso il loro uso . Ma intender le Carte geografiche non è saper Geografia , come riconoscere i paesi descritti non è saperli descrivere , o situare al lor posto . Il volgo può esser contento del primo Studio , ma ai giovani colti dee interessare il secondo ; massimamente a di nostri , e nel vasto Impero di NAPOLEONE MASSIMO , dal quale chiamati a prender parte della militare carriera , ch' egli innalzò a tanta gloria , possono destinarsi a costruire mappe , a descriver provincie , a tener giornali di lontanissime spedizioni . Or questo studio , e queste pratiche dipendono da una moltitudine di cognizioni astronomiche , che nei libri , che diconsi di Geografia , non soglion trovarsi . Io ho però giudicato di far util cosa a raccoglierne in questo Scritto le principali , e le più interessanti , e presentarle sotto il titolo di *Elementi della Geografia sferica* alla gioventù dedicata all' onor militare . L' ordine , con cui le ho disposte , è quello , che mi è parso il più conforme alla brevità , e precisione , che mi ho prefisso . So che ad alcuno lo stile sembrerà troppo secco , e qualche vol-

ta anche aspro : ma io lo prego a riflettere in primo luogo , che nelle Scienze esatte il prolisso , e il particolarizzare nuoce alla nettezza delle idee , e ne interrompe la connessione ; e secondariamente , ch'io suppongo il Lettore già accostumato alla precision matematica , e all' esercizio del ragionare più stretto ; e finalmente che i passi , che potrebbero trovarsi difficili , debbano essere spianati da chi conosce già questa Scienza . Per accostumare all' esercizio dell' immaginazione troppo necessario in questa classe di Studj , non ho apposte che le figure , che ho trovato indispensabili all' intelligenza dei canoni della Trigonometria Sferica , colla quale dò compimento allo Scritto .

E L E M E N T I

Della Geografia Sferica .

1. **L**a *Geografia* non è propriamente che la descrizione della Terra. Il suo studio è diretto non solo a conoscere le posizioni scambievoli dei differenti luoghi della superficie terrestre, ma eziandio a determinare in ogni occasione il luogo di un suo punto qualunque per il solo aspetto del cielo. Senza di ciò nè potrebbero dirigersi i lunghi viaggi, nè la suddetta descrizione avrebbe mai potuto eseguirsi. È però mestieri conoscere la figura della Terra, i di lei rapporti di posizione cogli astri, i varj suoi movimenti, e le vicende, che vi succedon per essi. Chiamo *elementi della geografia sferica* i principj di sì fatte cognizioni.

2. La Terra fu conosciuta rotonda, e assai poco meno che sferica. Il grado di un di lei circolo massimo definisce 60 miglia *geografiche*, dette anche *italiane*; da che se ne deduce il diametro di circa 68,5 miglia all'incirca.

3. I monti, e le valli, ond'è per tutto sparsa la di lei superficie, non debbono valutarsi che come picciole scabrezze; poichè le cordiliere del Perù, che sono le più alte montagne, che si conoscano, non montano a più di miglia $3\frac{1}{2}$ dal livello del mare; meno cioè di quanto sarebbero delle picciole prominente di mezzo millimetro sulla superficie di un globo del diametro d' un metro.

4. La gravità, o la forza, con cui tutti i corpi tendono a cadere in linea perpendicolare alla su-

perficie della Terra, cioè a dir verso il centro, forma la consistenza del di lei globo, e per essa si reggono egualmente gli *antipodi*, che son gli abitatori opposti per diametro, o a piè contro piede.

5. L'abbassarsi che fan le montagne, le torri, e le navi all'occhio di chi si allontana, e il loro occultarsi di mano in mano dal piede alla cima; e viceversa l'apparire, e l'alzarsi successivamente dalla cima al piede a chi lor s'avvicina, dipende dalla convessità della superficie terrestre interposta.

6. Il cielo non è propriamente che lo spazio dell'Universo. Ei non ha limiti, ed ogni suo punto può considerarsi per centro. Il nome di *sfera celeste* suppon questo centro esser quel della Terra.

7. *Orizzonte sensibile* di un luogo della Terra si dice quel circolo, con cui la di lei superficie separa all'occhio dell'Osservatore la parte visibile della sfera celeste dall'invisibile.

8. L'*orizzonte razionale* passa pel centro della Terra parallelo al sensibile, dividendo la sfera celeste in due eguali emisferi, un *superiore*, e l'altro *inferiore*. Col semplice nome di *Orizzonte* noi sempre intenderem questo solo.

9. *Asse* d'un circolo di una sfera si dice tal diametro di questa, che sia perpendicolare al piano di quello; i suoi estremi diconsi *poli*. È facile di mostrare per la geometria, che l'asse d'un circolo di una sfera passa necessariamente pel di lui centro.

10. L'asse dell'orizzonte chiamasi *linea verticale*; il *zenit* è il polo superiore, ed il *nadir* l'inferiore.

11. *Asse* di una sfera dicesi quel suo diametro, intorno al quale si suppone rotare, e *poli* i suoi estremi. Tutti i circoli descritti dei differenti punti della di lei superficie hanno l'asse, e i poli comuni colla sfera medesima, e son paralleli tra loro; il massimo si chiama *equatore*.

12. Tutte le stelle compajon girare continuamente, e con moto uniforme da oriente in occidente intorno ad un asse comune in circoli paralleli, ehe compion nello spazio press' a poco d' un giorno. Il sole, la luna, e tutti i pianeti, e le comete seguono il moto medesimo.

13. Un tale accordo fa a prima vista supporre, che la sfera celeste stellata, qual corpo solido, si ravvolga intorno a detto asse, seco traendo tutti gli altri astri: ma la sana ragione c' insegna a spiegarlo col semplice rotar della Terra in senso contrario, cioè da occidente in oriente intorno all' asse medesimo, e nel medesimo tempo.

14. L' asse, e i poli della sfera celeste, o dell' apparente di lei rotazione, chiamansi *asse*, e *poli del mondo*. L' un polo è detto *boreale*, *settentrionale*, od *artico*; e l' altro *australe*, *meridionale*, od *antartico*: e cogli stessi nomi distinguonsi pure i poli corrispondenti della Terra. Tutta l' Europa guarda il polo boreale.

15. Trovasi questo vicinissimo ad una stella assai lucida, detta *stella polare*, che è l' ultima della coda della così detta *orsa minore*. Questa è una costellazione, o sistema di sette stelle, le quali rappresentano anzi la figura d' un carro, che quella d' un orsa. Non molto lunge vi ha un altro carro più grande, e più distinguibile, detto *orsa maggiore*. Or se per le due ultime ruote posteriori di questo secondo carro si prolunghi coll' occhio una linea dalla parte della convessità del timone, andrà ella a passar vicinissima alla stella polare, press' a poco a tanta distanza dalla seconda ruota, quanta è la distanza di questa stessa seconda ruota dall' estremità del timone. La lucentezza di questa stella sopra tutte le altre circonvicine toglie ogni timore di sbaglio a rinvenirla.

16. L' *equatore terrestre* è nel medesimo piano col *celeste*, e dividono l' uno la sfera terrestre, l' al-

tro la celeste in due eguali emisferi , detti pur *boreale* , ed *australe* , secondo i poli , che guardano .

17. L' equator celeste taglia in ogni luogo della Terra l' orizzonte in due parti eguali , e vi segna sulla circonferenza due punti detti , l' uno *oriente* , *levante* , od *est* ; e l' altro *occidente* , *ponente* , od *ovest* .

18. Il *meridiano* di un luogo terrestre è il circolo , che passa pel di lui zenit , e pei poli del mondo . Egli taglia l' orizzonte in due parti eguali , e vi segna sulla circonferenza altri due punti detti , l' uno *nord* verso il polo boreale , e l' altro *sud* verso l' australe

19. Il nord , il sud , l' est , e l' ovest diconsi *punti cardinali* , e dividono l' orizzonte in quattro quadranti : l' est è alla destra di chi guarda il nord , l' ovest a sinistra , e il sud per di dietro .

20. I marinai suddividono ciascuno di questi quattro quadranti in otto altre parti eguali , e distinguono così su tutta la circonferenza dell' orizzonte 32 punti , che chiamano *venti* , o *rombi di vento* . I nomi e le caratteristiche , con cui li distinguono , son come segue .

Venti Cardinali

N	— Nord
E	— Est
S	— Sud
O	— Ovest

Primi intermedi

NE	— Nord-est
SE	— Sud-est
SO	— Sud-ovest
NO	— Nord-ovest

Secondi intermedi

NNE	— Nord-nord-est
ENE	— Est-nord-est
ESE	— Est-Sud-est
SSE	— Sud-sud-est
SSO	— Sud-sud-ovest
OSO	— Ovest-sud-ovest
ONO	— Ovest-nord-ovest
NNO	— Nord-nord-ovest

Terzj intermedi

$N \frac{1}{4} NE$	— Nord quarto nord-est
$NE \frac{1}{4} N$	— Nord-est quarto nord
$NE \frac{1}{4} E$	— Nord-est quarto est
$E \frac{1}{4} NE$	— Est quarto nord-est
$E \frac{1}{4} SE$	— Est quarto sud-est
$SE \frac{1}{4} E$	— Sud-est quarto est
$SE \frac{1}{4} S$	— Sud-est quarto sud
$S \frac{1}{4} SE$	— Sud quarto sud-est
$S \frac{1}{4} SO$	— Sud quarto sud-ovest
$SO \frac{1}{4} S$	— Sud-ovest quarto sud
$SO \frac{1}{4} O$	— Sud-ovest quarto ovest
$O \frac{1}{4} SO$	— Ovest quarto sud-ovest
$O \frac{1}{4} NO$	— Ovest quarto nord-ovest
$NO \frac{1}{4} O$	— Nord-ovest quarto ovest
$NO \frac{1}{4} N$	— Nord-ovest quarto nord
$N \frac{1}{4} NO$	— Nord quarto nord-ovest

La loro posizione si riscontrerà dall'annessa figura detta *rosa de' venti*.

21. *Ago magnetico* dicesi una lamina d'acciajo calamitato girevole orizzontalmente sopra una punta verticale. I suoi estremi chiamansi *poli*, uno *boreale*, e l'altro *australe*: il primo si dirige sempre press' a poco al nord, e l'altro al sud.

22. Un pian verticale, che s' intende passare pei poli dell'ago magnetico situato alla sua natural posizione, dicesi *meridiano magnetico*: l'angolo, ch' egli fa col meridiano del luogo, dicesi *declinazione magnetica*.

23. Presentemente in Europa la declinazione magnetica è di circa $19.^{\circ}$ all' ovest. Fuori d'Europa andando verso l' ovest, e verso l' est questa declinazione si osserva sempre minore. Nell' America settentrionale si trova una linea diretta press' a poco a sud-est, e che passa pel golfo del Messico, e pel mar del Brasile, in cui la declinazione è nulla. Un'altra linea simile traversa nella medesima direzione l' Asia, e tutto il mare del Sud. Al di là di queste due linee l' ago magnetico declina verso l' est.

24. Nel secolo XVII. la linea senza declinazione traversava l' Europa; e da quest' epoca si è sempre più allontanata avanzando verso l' ovest; lo stesso movimento han avuto tutte le linee di declinazioni simili; di modo che par, ch' esse facciano nel corso di alcuni secoli tutto il giro della Terra.

25. La bussola nautica è una scatola cilindrica d' ottone, sul di cui fondo interno è disegnata la rosa de' venti, e tutt' intorno i gradi d' un circolo, dal centro del quale s' erge la punta, che porta l' ago magnetico. Un coperchio di vetro la difende dall' aria, e lascia ad un tempo vedere la direzione dell' ago. Se ne servono non solo i marinaj, ma anche gli ingegneri geodeti, a fissare le posizioni dei punti, che aman segnare sulle lor mappe.

26. In virtù della rotazion della Terra il sole compare ogni mattina ad illuminar l' orizzonte dalla parte d' oriente, montare il superiore emisfero, raggiungere il meridiano a mezzodì, e continuando il suo corso discendere dalla parte d' occidente alla sera, e tramontare nell' emisfero inferiore, per attraversarlo durante la notte.

27. Il mezzodì, il levare, e 'l tramontar di quest' astro si conta dal momento, che il suo centro si trova precisamente nel pian del meridiano,

o dell'orizzonte, a levante, ovvero a ponente. Come poi è assai più agevole di osservare l'arrivo di questo centro al meridiano, che all'orizzonte; così gli Astronomi insegnano a contare da quest'istante il principio, ed il finire del giorno, la cui durata è di 24 ore.

28. I meridiani terrestri si contano da occidente in oriente, di mano in mano che per la diurna rotazione della Terra ripassan pel centro del sole. Un tal computo può farsi egualmente e in gradi dell'equatore, e in tempo nella ragione costante di 360° per giorno, o che è lo stesso, di 15° per ora.

29. Due osservatori posson trovare la differenza, o distanza de' lor meridiani dalla differenza de' loro orologi all'istante, in cui possono contemporaneamente osservare uno stesso fenomeno celeste, come sarebbe il principio, od il fine d' un eclisse lunare. Se per esempio l'orologio del primo segni 9 ore, e quel del secondo 10 di mattina, cioè l'uno 3, e l'altro 2 ore prima de' lor mezzodì rispettivi; sarà il primo 15° all'occidente del secondo.

30. La seguente tabella presenta i rapporti delle parti del tempo alle parti corrispondenti dell'equatore, e viceversa le parti dell'equatore alle parti corrispondenti del tempo.

Ore	Gr.	M	G. M	M	G. M
		S	M. S	S	M. S
1	15	1	0.15	31	7.45
2	30	2	0.30	32	8. 0
3	45	3	0.45	33	8.15
4	60	4	1. 0	34	8.30
5	75	5	1.15	35	8.45
6	90	6	1.30	36	9. 0
7	105	7	1.45	37	9.15
8	120	8	2. 0	38	9.30
9	135	9	2.15	39	9.45
10	150	10	2.30	40	10. 0
11	165	11	2.45	41	10.15
12	180	12	3. 0	42	10.30
13	195	13	3.15	43	10.45
14	210	14	3.30	44	11. 0
15	225	15	3.45	45	11.15
16	240	16	4. 0	46	11.30
17	255	17	4.15	47	11.45
18	270	18	4.30	48	12. 0
19	285	19	4.45	49	12.15
20	300	20	5. 0	50	12.30
21	315	21	5.15	51	12.45
22	330	22	5.30	52	13. 0
23	345	23	5.45	53	13.15
24	360	24	6. 0	54	13.30
		25	6.15	55	13.45
		26	6.30	56	14. 0
		27	6.45	57	14.15
		28	7. 0	58	14.30
		29	7.15	59	14.45
		30	7.30	60	15. 0

G	Or. M	G	Or. M	Gr.	Ore	Min.
1	0. 4	31	2. 4	70	4. 40	
2	0. 8	32	2. 8	80	5. 20	
3	0.12	33	2.12	90	6. 0	
4	0.16	34	2.16	100	6. 40	
5	0.20	35	2.20	110	7. 20	
6	0.24	36	2.24	120	8. 0	
7	0.28	37	2.28	130	8. 40	
8	0.32	38	2.32	140	9. 20	
9	0.36	39	2.36	150	10. 0	
10	0.40	40	2.40	160	10. 40	
11	0.44	41	2.44	170	11. 20	
12	0.48	42	2.48	180	12. 0	
13	0.52	43	2.52	190	12. 40	
14	0.56	44	2.56	200	13. 20	
15	1. 0	45	3. 0	210	14. 0	
16	1. 4	46	3. 4	220	14. 40	
17	1. 8	47	3. 8	230	15. 20	
18	1.12	48	3.12	240	16. 0	
19	1.16	49	3.16	250	16. 40	
20	1.20	50	3.20	260	17. 20	
21	1.24	51	3.24	270	18. 0	
22	1.28	52	3.28	280	18. 40	
23	1.32	53	3.32	290	19. 20	
24	1.36	54	3.36	300	20. 0	
25	1.40	55	3.40	310	20. 40	
26	1.44	56	3.44	320	21. 20	
27	1.48	57	3.48	330	22. 0	
28	1.52	58	3.52	340	22. 40	
29	1.56	59	3.56	350	23. 20	
30	2. 0	60	4. 0	360	24. 0	

31. È arbitrario di cominciar dovunque a contare i meridiani. I Francesi han fissato 20° al meridiano, che passa per la specola principale di Parigi. Quindi il primo meridiano è per essi appena al di là dall'isola del ferro, che è la più occidentale delle Canarie. La più parte d'Europa segue il medesimo computo. La distanza del meridiano d'un luogo da quello, che si è fissato pel primo, chiamasi *longitudine geografica*. La longitudine della specola di Brera a Milano è di $26^\circ 50'$, quella di S. Petronio a Bologna $29^\circ 1'$.

32. La *latitudine geografica* di un dato luogo terrestre è la di lui distanza boreale, od australe dall'equatore computata in gradi del meridiano. Ella è eguale all'altezza del polo, poichè l'una, e l'altra sono supplemento della distanza del zenit dal polo medesimo.

33. Tutte le stelle, che per la lor vicinanza al polo non trammontano mai l'orizzonte di chi le guarda, diconsi *circompolari*. Nel descriver che fanno il lor parallelo diurno, si osservano nelle lunghe notti passare due volte pel meridiano, una superiormente, e l'altra inferiormente al polo. L'altezza dunque di questo è eguale alla semisomma delle due altezze massima, e minima di una stella circompolare: La latitudine, o l'altezza del polo della specola di Brera a Milano è di $45^\circ 28' 10''$, e di S. Petronio a Bologna di $44^\circ 29' 36''$.

34. Un circolo massimo della sfera celeste, che passa pel zenit, e pel centro di un astro, si chiama di lui *verticale*. L'arco di questo verticale intercetto tra l'orizzonte, ed il centro dell'astro ne definisce l'*altezza*; e l'angolo, sotto cui taglia il meridiano, si chiama suo *azzimutto*: egli è misurato dall'arco intercetto dell'orizzonte.

35. La *linea meridiana* è l'intersezione del meridiano coll'orizzonte sensibile. Uno stilo verticale posto in faccia al sole proietta sopra un set-

toposto piano orizzontale un' ombra , la di cui lunghezza è determinata dall' altezza del sole ; e l'angolo, che fa colla linea meridiana, è la misura dell' azzimutto .

36. Ad eguali distanze di tempo prima e dopo mezzodì le due altezze , e i due azzimutti del sole sono eguali , e per conseguenza le due ombre dello stilo sono egualmente lunghe , e poste ad angoli eguali colla linea meridiana . Se dunque per l'estremità d' un' ombra antimeridiana si descriva una circonferenza di circolo attorno al piè dello stilo , e segnato sovr' essa il punto estremo dell' ombra , si aspetti finchè dopo mezzodì torni questo a raggiungerla , per segnare la meridiana non si avrà che a dividere in due parti eguali l' arco intercetto , e condurre pel punto di mezzo una retta al piè dello stilo .

37. Per assicurarsi dell' esattezza dell' operazione conviene a varie distanze dal mezzodì , come per esempio alle dieci ore della mattina , poi alle dieci e mezzo , e dopo le undici , descrivere per le estremità dell' ombre altrettante circonferenze concentriche : la linea meridiana dee tagliare egualmente tutti gli archi compresi dall' ombre eguali corrispondenti alla stessa circonferenza . Or ciò non si ottiene precisamente , che verso i solstizj d' estate , e d' inverno , cioè alla fine di Giugno , e di Dicembre , siccome s' intenderà dal n.º 66 .

38. Come poi le estremità dell' ombre progettate dai corpi sono sempre sfumate , e difficilmente si possono precisare ; così convien meglio di opporre al sole in luogo dello stilo una lamina con un foro nel mezzo , per cui passando un raggio solare vada a formare sul pian sottoposto un spettro rotondo , che è l' immagin del Sole . Il centro di questo spettro è assai più distinguibile dell' estremità dell' ombra , di cui tiene le veci .

39. Le meridiane verticali , od inclinate co-

munque non sono che le intersezioni del pian del meridiano colle superficie, su cui sono descritte. Lo stilo, o la lamina progettante l'ombra, o lo spettro del sole si chiama *gnomone* la sua *altezza* si misura dalla distanza perpendicolare della punta dello stilo, o del centro del foro della lamina alla superficie opposta.

40. Due fili, che cadano a piombo sopra una linea meridiana orizzontale ad alcuni piedi di distanza l'uno dall'altro, possono servir di traguardo ad osservare alla notte le stelle al lor passaggio pel meridiano, e notarne il momento. Bisogna illuminarli alcun poco per presentarli distintamente all'occhio.

41. *Moto annuo della terra* dicesi il di lei girar progressivo da occidente in oriente nel corso di un anno intorno al sole, in un piano che taglia l'equatore sotto un angolo di circa $23^{\circ}, 28'$, e mantenendo sempre l'asse della sua rotazione parallelo a se stesso.

42. Il circolo massimo, che figura la sezione della terra col suddetto piano, s'intende prolungato fino alla superficie celeste, e chiamasi *eclittica*. Le due intersezioni della di lei circonferenza coll'equatore diconsi *punti equinoziali*: i *punti solstiziali* sono altri due punti dell'eclittica ad angoli retti cogli equinoziali.

43. Il *coluro degli equinozj* è il circolo, che passa pei poli dell'equatore, e pei punti equinoziali; e il *coluro dei solstizj* quello, che passa pei poli dell'equatore, e pei punti solstiziali. L'arco di questo secondo coluro, intercetto tra l'equatore e l'eclittica, misura l'angolo dei $23^{\circ}, 28'$ di loro inclinazione, che dicesi *obliquità dell'eclittica*.

44. I due circoli paralleli della rotazione diurna, che passano pei punti solstiziali, diconsi *tropici*; il boreale *tropico del cancro*, e l'australe *tro-*

pico del capricorno. I due *circoli polari artico*, ed *antartico* sono pur due paralleli della rotazione diurna: il primo passa pel polo boreale dell'*eclitica*, e l'altro per l'*australe*.

45. Tutti questi punti, e circoli debbonsi distinguere tanto sulla superficie terrestre quanto sulla celeste di corrispondenza. Chiamo un punto celeste *di corrispondenza* ad un altro terrestre, quando giacciono entrambi sulla medesima retta condotta al centro della terra.

46. Allorchè la terra durante il suo moto annuo si trova in tal situazione, che la linea dei punti equinoziali si diriga al centro del sole, e il polo boreale del equatore guardi la parte opposta alla direzione di tal moto, si ha l'*equinozio di primavera*. Il circolo, che divide a quest' epoca l'emisfero illuminato dal sole dall'altro oscuro, è perpendicolare all'equatore, divide in due parti eguali tutti i paralleli della rotazione diurna, e rende per conseguenza per tutti i luoghi terrestri il giorno eguale alla notte.

47. Avanzata la terra un quarto di giro, dirige al centro del sole la linea dei punti solstiziali, inclinando pur verso d'esso il polo boreale: fa allora *il solstizio d'estate*. Il circolo, che divide l'emisfero illuminato dall'altro, è inclinato all'equatore $66^{\circ} 32'$, e divide i paralleli della rotazione terrestre per modo, che gli archi diurni dall'equatore verso il polo boreale sono di mano in mano maggiori dei notturni, e verso il polo australe viceversa i notturni di mano in mano maggiori dei diurni.

48. Dopo un altro quarto di giro torna la linea dei punti equinoziali a dirigersi al centro del sole, ma con questa differenza, che il punto equinoziale, che nella prima posizione guardava il sole, qui gli è opposto; e viceversa guarda qui il sole il punto equinoziale, che gli era opposto al-

lora. Chiamasi questo *equinozio d'autunno*. Il polo boreale volge dalla parte della direzione del moto; e il circolo, che distingue i due emisferi illuminato ed oscuro, dividendo di nuovo in due parti eguali i paralleli della rotazion della terra, dà un'altra volta in tutti i luoghi terrestri il giorno eguale alla notte.

49. Ai tre quarti di giro si ha il *solstizio d'inverno*. La linea dei punti solstiziali è rimessa in direzione col centro del sole, cui però guarda col punto opposto a quello, con cui lo guardava al solstizio d'estate. Il polo boreale volge contrario al medesimo astro, e il circolo, che separa l'emisfero illuminato dall'altro, declinando nuovamente dall'equatore, costituisce alla parte boreale gli archi diurni minori dei notturni, e dalla parte australe i notturni minori dei diurni.

50. Coll'ultimo quarto di giro torna la terra alla prima posizione, e compie così le quattro *stagioni dell'anno*, la *primavera* durante il primo quarto, l'*estate* durante il secondo, l'*autunno* durante il terzo, e l'*inverno* durante l'ultimo. L'intero giro chiamasi *orbita annua* della terra.

51. L'osservatore, che dalla superficie terrestre volge l'occhio al sole, riferisce sempre quest'astro al punto della sfera celeste, a cui suppon terminare il raggio visuale. Or durante l'annuo girar della terra gira pur questo raggio pel medesimo verso intorno ad essa, e l'occhio ingannato ne attribuisce il movimento al sole, cui però giudica descrivere da occidente in oriente l'eclittica.

52. Se uno obbiettasse, che il suddetto raggio visuale dell'osservatore è inclinato al pian dell'eclittica; rispondo, che questa inclinazione non arriva a 9'', siccome trovan gli Astronomi, e che per conseguenza non può esser sensibile, giacchè dimostrano i fisici, non esser distinguibile all'oc-

chio un oggetto che si presenti ad esso sotto un angolo minor d'un minuto.

53. Il tempo, che il Sole rimane sull'orizzonte da alcuni è chiamato *giorno artificiale*, da altri *giorno naturale*; io lo chiamo più volentieri *giorno soleggiato*. La sua durata dipende e dal punto dell'orbita, in cui si trova la terra, e dalla latitudine geografica del luogo terrestre di quel dato orizzonte.

54. Il pian, che separa l'emisfero terrestre illuminato dall'altro oscuro, divide costantemente l'equatore in due parti eguali, e però in tutti i punti di questo circolo il giorno soleggiato è, durante tutto l'anno, eguale alla notte. Gli altri paralleli non son divisi in due parti eguali, nè perciò hanno il giorno soleggiato eguale alla notte, fuorchè negli equinozj, come abbian detto ai n. i 46, e 48.

55. Dall'equinozio di primavera le parti illuminate dei paralleli boreali ingrandiscono continuamente fino al solstizio d'estate, intanto che quelle dei paralleli australi divengono continuamente minori. Tornano quindi le prime a diminuire, e le seconde a crescere fino al solstizio d'inverno, da dove diminuiscon di nuovo le seconde, e crescon le prime, finchè raggiungano un'altra volta il solstizio d'estate.

56. Quanto è maggiore la latitudine geografica, cioè quanto il parallelo di un luogo terrestre è più discosto dall'equatore, tanto il suo giorno soleggiato *massimo* è più lungo. Una zona terrestre compresa tra due paralleli, dall'uno all'altro de' quali la durata del giorno soleggiato *massimo* differisce di una data quantità, dicesi *clima*.

57. Si distinguono ordinariamente 24 *climi d'ore*, e 6 *climi di mesi*. I primi si computano di mezz'ora in mezz'ora, ed i secondi di mese in mese, come nelle seguenti tabelle.

Climi d' ore		
Numero de' climi	Lat. de' loro term.	Gior. solegg. Mass.
1	8° 25'	12 ore 30'
2	16 25	13 0
3	23 50	13 30
4	30 20	14 0
5	36 28	14 30
6	41 22	15 0
7	45 29	15 30
8	49 1	16 0
9	51 58	16 30
10	54 27	17 0
11	56 37	17 30
12	58 29	18 0
13	59 58	18 30
14	61 18	19 0
15	62 25	19 30
16	63 22	20 0
17	64 6	20 30
18	64 44	21 0
19	65 21	21 30
20	65 47	22 0
21	66 6	22 30
22	66 20	23 0
23	66 28	23 30
24	66 31	24 0
Climi di Mesi		
Numero de' climi	Lat. de' loro term.	Gior. sole gg. Mass.
1	67° 30'	Mesi 1
2	69 30	2
3	73 20	3
4	78 20	4
5	84 0	5
6	90 0	6

53. I due tropici, e i due circoli polari distinguono la superficie terrestre in cinque zone; la *torrida* fra i due tropici, le due *temperate* dai tropici ai circoli polari, e le due *fredde* ne' segmenti compresi da ciascun circolo polare.

59. L'equatore divide per mezzo la zona torrida. Il sole arriva a questo circolo ai due equinozj. Gli altri paralleli della zona torrida sono pure descritti ciascuno due volte l'anno dal sole; ma la distanza di tempo tra l'una, e l'altra è tanto maggior di 6 mesi, quanto il parallelo è più vicino all'uno, o all'altro tropico, ciascuno de' quali è descritto una volta l'anno precisamente.

60. Nelle due zone temperate il sole è sempre obliquò, e la sua obliquità cresce in ciascuna fino al circolo polare, oltre il quale l'obliquità va sempre più crescendo, finchè ai poli il suo giro è parallelo all'orizzonte.

61. La sfera dicesi *retta*, *obliqua*, o *parallela*, secondo la posizione perpendicolare, obliqua, o parallela dell'equatore per rispetto all'orizzonte di un dato luogo.

62. I gradi dell'eclittica si contano dal punto equinoziale di primavera da occidente in oriente, cioè a seconda del moto annuo apparente del sole: 30° costituiscono uno de' così detti *segni* dell'eclittica, le denominazioni dei quali, le loro caratteristiche, e i tempi, in cui il sole entra press' a poco in ciascuno, sono come segue.

Nomi de' segni	Caratt.	Tempi in cui entra il sole	Stagioni
Ariete		20 Marzo	Primavera
Toro		20 Aprile	
Gemelli		21 Maggio	
Cancro		21 Giugno	Estate
Leone		22 Luglio	
Vergine		23 Agosto	
Libra		22 Settembre	Autunno
Scorpione		23 Ottobre	
Sagittario		22 Novembre	
Capricorno		21 Dicembre	Inverno
Acquario		19 Gennajo	
Pesci		18 febbrajo	

63. La *declinazione* di un astro è la di lui distanza boreale, od australe dall'equatore computata sopra un circolo, che passa pei poli del mondo, ed il centro dell'astro, e che però chiamasi *circolo di declinazione*.

64. Quando vediam passare un astro pel meridiano, la sua altezza diminuita della declinazione boreale, od accresciuta dell' australe, eguaglia l'altezza dell'equatore, o che è lo stesso, il complemento dell'altezza del polo. Data dunque l'altezza del polo, e quella di un astro al momento del suo passaggio pel meridiano, se ne trova la declinazione, sottraendo il complemento dell'altezza del polo da quella dell'astro, s'egli è boreale; ovvero, se è australe, sottraendo la di lui altezza dal complemento di quella del polo.

65. Il Sole dall'equinozio di primavera va sempre crescendo in declinazione boreale fino al tropico del cancro nel solstizio d'estate, quindi tor-

na a scemare fino a raggiunger di nuovo l' equatore all' equinozio d' autunno, da dove passa in declinazione australe fino al tropico del capricorno nel solstizio d' estate.

66. La velocità di un tal moto va continuamente diminuendo dall' equatore ai tropici, dove il Sole pare per tre o quattro giorni stazionario. Dunque le ombre del gnomone ad egual distanza di tempo dal mezzodì non sono sensibilmente eguali, che nei giorni solstiziali.

67. Gli angoli, che fanno ai poli dell' equatore i cerchi di declinazione, si misurano da occidente in oriente in gradi dell' equatore stesso a ragione di 15° per ora, incominciando dal punto equinoziale di primavera, e diconsi *angoli orarj*, o *di ascensione retta*.

68. La *latitudine* di un astro è la di lui distanza boreale, od australe dall' eclittica computata sopra un circolo, che passa pei di lei poli, e che però chiamasi *circolo di latitudine*.

69. Gli angoli, che fanno ai poli dell' eclittica i cerchi di latitudine, si misurano da occidente in oriente in gradi dell' eclittica stessa cominciando dal punto equinoziale di primavera, e diconsi *angoli o gradi di longitudine*.

70. Dall' equinozio di primavera a quello d' autunno si contano circa 8 giorni di più che dall' equinozio d' autunno a quello di primavera. Il moto annuo angular della terra non è dunque uniforme.

71. La velocità massima si trova dopo il solstizio d' inverno, verso i primi di Gennaio, e la minima dopo il solstizio d' estate, verso i primi di Luglio. La prima è di $1^\circ,01043$, e l' altra di $0^\circ,05319$ per giorno; la loro semisomma di $0^\circ,08631$ costituisce la velocità media, e si trova dopo i due equinozj, verso i primi di Aprile, e di Ottobre.

72. La grandezza d'un angolo è in ragion diretta della lunghezza lineare dell' arco del circolo descritto dal di lui vertice, e compreso fra i lati, e reciproca del raggio. Di fatti la lunghezza lineare dell' arco cresce o scema proporzionalmente al raggio, e al numero dei gradi, che misurano l'angolo. Se però la lunghezza lineare dell' arco si supponga costante, la grandezza dell' angolo sarà reciproca al raggio.

73. La *grandezza o diametro apparente* di un oggetto non è altro che l'angolo, sotto cui si presenta all'occhio. Finchè quest'angolo è così piccolo, che all'arco sotteso si possa senza error sensibile sostituire il diametro reale dell' oggetto, si potrà pure senza error sensibile asserire, ch' egli è reciproco al raggio, cioè alla distanza del medesimo oggetto dall'occhio.

74. Il diametro apparente del sole si osserva crescere, e diminuire, col crescere, e diminuire l'annua velocità angular della terra. Dunque la terra durante un tal moto varia continuamente distanza dal Sole, appressandosi al crescere, ed allontanandosi al diminuire di velocità.

75. Confrontando i successivi diametri apparenti del sole colle corrispondenti velocità angulari del moto annuo, queste si trovan procedere come i quadrati di quelli; e per conseguenza come reciprocamente i quadrati delle distanze. Il diametro massimo è di 32' 35'', il minimo di 31, 31', e il medio di 32' 3''.

76. Preso un arco dell' orbita abbastanza piccolo da potersi avere in conto di linea retta senza error valutabile, e condotti da' suoi estremi due raggi di distanza al centro del Sole, si avrà un settore dell' orbita il cui angolo al vertice sarà pur piccolissimo. Divisa in due parti eguali la base di questo settore, si guidi dal punto di mezzo un terzo raggio al vertice, da dove col raggio

medesimo si descriva un arco di circolo fra i due primi per avere un nuovo settor circolare, il quale comprenderà un'area eguale al primo. Ora quest'area è proporzionale al raggio medio moltiplicato per la lunghezza lineare dell'arco, cioè pel prodotto del medesimo raggio nell'angolo (n.º 72). Dunque l'area del supposto settore dell'orbita è proporzionale al quadrato del raggio moltiplicato per l'angolo.

77. La velocità si misura dalla ragion diretta dello spazio descritto, e dall'inversa del tempo impiegato a descriverlo. Lo spazio per conseguenza è in ragion composta della velocità e del tempo.

78. L'angolo al vertice del supposto settore dell'orbita terrestre è dunque proporzionale alla velocità del raggio, dal quale si suppone descritto, e che chiamasi *raggio vettore*, moltiplicata pel tempo. Dunque l'area del settore è proporzionale al quadrato del raggio moltiplicato per la velocità, e pel tempo, o (per essere la velocità reciproca al quadrato di esso raggio) (n.º 75) proporzionale semplicemente al tempo.

79. In eguali elementi del tempo le piccole aree sono eguali, e vanno per conseguenza moltiplicandosi, o crescendo con esso. Dunque in generale, qualunque siano le grandezze delle aree descritte dal raggio vettor della Terra intorno al centro del Sole, sono sempre proporzionali alla tempo.

80. Esaminando l'andamento delle distanze, o lunghezze dei raggi vettori, si trovano appartenere ad un'ellisse, la di cui *eccentricità*, cioè la distanza dal foco al centro, è di 18 dieci millesimi della distanza media, o semiasse maggiore.

81. Il luogo apparente del sole alla sua distanza massima dalla Terra si chiama *apogeo*, ed alla minima *perigeo*. L'*anomalia vera* è la sua distanza angolare apparente dall'apogeo, e l'*anomalia media* è la distanza apparente, che avrebbe, se il di lui moto annuo apparente fosse uniforme. La differenza

tra l'anomalia vera, e la media, dicesi *equazione dell'orbita*, ovvero *del centro*.

2. Il ritorno del Sole al medesimo apogeo costituisce l'*anno anomalistico*, ed è di 365 giorni 6 ore 15' 23" circa. Il ritorno del sole al medesimo circolo di latitudine con una stella fissa costituisce l'*anno Sidereo*, che è di 365 giorni 6 ore 9' 11" l'*anno tropico* è il ritorno del sole al medesimo punto equinoziale di primavera, ed è di giorni 365 ore 5 48' 48".

83. Ha dunque l'apogeo un moto annuo diretto, cioè da occidente in oriente, di 65",5 di grado, e i punti equinoziali un moto annuo retrogrado, cioè da oriente in occidente di 50". Il difetto di 20' 23" della durata dell'anno tropico dal Sidereo chiamasi *precessione degli equinozj*.

84. L'*anno civile* è regolato sul ritorno delle medesime Stagioni, e per conseguenza sull'anno tropico. Egli si conta tre volte di seguito di 365 giorni, e la quarta di 366. I primi tre anni si chiamano *comuni*, il quarto *bisestile*: il suo giorno di più si aggiunge al mese di febbrajo, il quale negli anni comuni è di 28 giorni, e nel bisestile di 29.

85. Questo sistema fu stabilito da Giulio Cesare, e chiamasi perciò sistema del *Calendario Giuliano*. In essa però quattr'anni contano 44' 42" più del dovuto, e cent'anni 18 ore 37' 30".

86. Lasciando correr comune l'anno centesimo si toglie questo eccesso, ma si ha un difetto di 5 ore 22' 30", che poi si compensa assai prossimamente facendo bisestile l'anno quattrocentesimo. Tale è il sistema del *Calendario Gregoriano*, così detto, perchè fu ordinato sotto il papa Gregorio XIII.

87. L'anno 1800 fu bisestile, i tre seguenti comuni; il 1804 di nuovo bisestile, e i tre seguenti comuni; il corrente 1808 è bisestile, li 1900, 2000, 2100 saranno comuni, ed il 2200 bisestile.

88. I Persiani adottarono nell' undecimo secolo un sistema assai più semplice. Fan essi corre sette periodi di quattr' anni, ed un ottavo di cinque; l' ultimo anno di ciascun periodo e di 366 giorni, e tutti gli altri di 365. Di 33 anni 8 sono dunque bisestili, e 25 comuni. Ciò suppone la lunghezza dell'anno di 365 giorni 5 ore 49' 20", il di cui eccesso sul vero anno tropico non può allontanare d' un giorno il principio dell'anno, che nel corso di circa 43 secoli.

89. Il ritorno d' una stella fissa allo stesso meridiano determina il così detto *giorno sidereo*. La sua durata è di 23 ore 56' 4". Le stelle dunque avanzano il Sole verso occidente 59' 8", ogni giorno. dicesi questa *accelerazione delle stelle fisse*, e da essa dipende il cambiare che fa di stagione in stagione l' aspetto del cielo alla notte.

90. Il *giorno solare*, detto anche *astronomico*, non è precisamente di 24 ore che sol quattro volte all' anno, cioè intorno li 10 febbrajo, li 15 Marzo, li 26 Luglio, e li 2 Novembre: in tutto il restante dell' anno ora cresce, ora diminuisce. Il massimo è di circa 24 ore 0' 25" verso li 23 Dicembre, ed il minimo di circa 23 ore 59' 35" verso li 15 Novembre. Li quattro giorni di 24 ore diconsi *medj*.

91. Un oriuolo esattissimo regolato in un d' essi giorni a mezzodì indica successivamente il *tempo medio*. Un quadrante solare indica il tempo vero. La differenza tra il tempo vero, ed il medio si chiama *equazione del tempo*.

92. La seguente tavola presenta in minuti per tutti i giorni dell' anno l' equazione del tempo, cioè quanto si dee aggiungere o detrarre al tempo vero indicato dal quadrante solare per avere il medio indicato dall' oriuolo. Il segno + indica addizione del numero affisso, e di tutti i seguenti, e il segno - sottrazione.

Gior.	Gen.	Feb.	Mar.	Apr.	Mag.	Giù.	Lug.	Ag.	Set.	Ott.	Nov.	Dec.
1	+4	+14	+13	+4	-5	-3	+3	+6	0	-10	-16	-10
2	5	14	12	4	4	2	4	6	-1	11	16	10
3	5	14	12	3	4	2	4	6	1	11	16	10
4	6	14	12	3	4	2	4	6	1	11	16	9
5	6	15	12	3	4	2	4	6	2	12	16	9
6	7	15	11	2	4	2	4	5	2	12	16	8
7	7	15	11	2	4	2	4	5	2	12	16	8
8	7	15	11	2	4	1	5	5	3	13	16	8
9	8	15	11	1	4	1	5	5	3	13	16	7
10	8	15	10	1	4	1	5	5	3	13	16	7
11	9	15	10	1	4	1	5	5	4	13	16	6
12	9	15	10	1	4	1	5	5	4	14	16	6
13	9	15	10	0	4	0	5	4	4	14	15	5
14	10	15	9	0	4	0	5	4	5	14	15	5
15	10	15	9	0	4	0	5	4	5	14	15	4
16	10	14	9	0	4	0	6	4	5	14	15	4
17	11	14	8	-1	4	0	6	4	6	15	15	3
18	11	14	8	1	4	+1	6	3	6	15	14	3
19	11	14	8	1	4	1	6	3	6	15	14	2
20	12	14	8	1	4	1	6	3	7	15	14	2
21	12	14	7	1	4	1	6	3	7	15	14	1
22	12	14	7	2	4	1	6	3	7	15	13	1
23	12	14	7	2	4	1	6	2	8	16	13	0
24	13	14	6	2	4	1	6	2	8	16	13	0
25	13	13	6	2	3	1	6	2	8	16	13	+1
26	13	13	6	2	3	2	6	1	9	16	12	1
27	13	13	5	3	3	2	6	1	9	16	12	2
28	14	13	5	3	3	3	6	1	9	16	12	2
29	14		5	3	3	3	6	1	10	16	11	3
30	14		4	3	3	3	6	0	10	16	11	3
31	14		4		3		6	0		16		4

93. Nelle effemeridi, che soglion gli astronomi pubblicare anticipatamente ogni anno, son registrate di giorno in giorno a mezzodi le equazioni del tempo in minuti secondi. Un viaggiatore, che osserva il mezzodi vero del Sole al luogo, in cui si trova, dee ridurlo al mezzodi medio per mezzo

dell'equazione del tempo marcata sotto quel giorno, per poterlo confrontare col tempo segnato dal suo orologio a secondi, e regolato al mezzodì medio del luogo, d'ond'è partito. La differenza di questi due mezzodì medj dà la longitudine del luogo (n.º 29).

94. L'ineguaglianza de' giorni solari ha due cause: l'ineguaglianza del moto annuo, e l'obliquità dell'eclittica. Rispetto alla prima, quanto è maggiore l'arco dell'eclittica, di cui il Sole si è ritirato ad oriente, tanto quest'astro vien tratto dall'apparente rotazione della Terra più tardi al meridiano. Quindi al solstizio d'estate, in cui la velocità annua è minore, il giorno solare s'accosta di più al sidereo, che verso il solstizio d'inverno dove ella è maggiore.

95. Rispetto alla seconda causa, si concepiscano per le estremità dell'arco dell'eclittica descritto dal Sole in un giorno due cerchi di declinazione: l'arco dell'equatore, che essi intercetteranno, definirà il moto giornaliero del Sole rapportato all'equatore, e per conseguenza l'eccesso del giorno solare sopra il sidereo. Ora è facile di dimostrare colla Trigonometria, che negli equinozj l'arco dell'equatore è minore dell'arco corrispondente dell'eclittica nella ragione del coseno dell'obliquità dell'eclittica al raggio; e nei solstizj maggiore nella ragione del raggio al coseno dell'obliquità medesima.

96. La durata del giorno illuminato viene accresciuta dal *crepuscolo*. Questa è quella luce bianca, che noi vediamo nel cielo all'oriente prima del nascere, e all'occidente dopo il tramontare del sole. Il suo principiare la mattina, ed il suo terminare la sera si determina al momento, che il Sole trovandosi 18° sotto l'orizzonte cominciano le stelle nel primo caso a sparirci, e nel secondo a riparirci all'occhio nudo. I raggi del Sole a quell'al-

tezza raggiungono l'atmosfera terrestre, vi si spargono, e riflettono fino al nostr'occhio. Il crepuscolo dalla mattina chiamasi anche *alba* od *aurora*.

97. Ad ascendere, o discendere i suddetti 18° , il sole impiega più o men tempo, secondo il maggiore o minor numero de' gradi del parallelo diurno, che dee scorrere. Questo numero dipende e dall'altezza del polo, e dalla declinazione del sole.

98. Se dal primo punto dell'atmosfera illuminata dall'alba all'oriente dall'orizzonte sensibile, o dall'ultimo illuminato dal crepuscolo vespertino all'occidente, s'intendan guidate due rette, una all'occhio dell'osservatore, e l'altra al sole, saran esse tangenti la superficie terrestre, e v'intercetteranno un arco di 18° . Una terza retta, che divida in due parti eguali quest'angolo passerà pel centro della Terra. Or questa retta si può determinar facilmente per la Trigonometria. Il di lei eccesso sul raggio terrestre è di circa 41 miglia geografiche, e definisce l'altezza dell'atmosfera capace a riflettere i raggi della luce, e formare il crepuscolo.

99. Ma i raggi della luce passando per l'atmosfera terrestre rifrangonsi, e piegano sempre più verso l'occhio dell'Osservatore, il quale riferendo gli oggetti alla direzione dell'urto, che ne riceve, giudica l'altezza degli astri maggiore del vero. La differenza tra l'altezza vera, e l'apparente d'un astro si chiama la di lui *refrazione*.

100. Dessa varia al variar delle altezze, come nell'apposta tabella.

Altezze osservate	Refrazioni
0	32' 30"
1	27 24
2	20 30
3	15 19
4	11 48
5	9 47
6	8 48
7	7 42
8	6 49
9	6 7
10	5 32
11	5 3
12	4 38
13	4 18
14	4 0
15	3 42
16	3 28
17	3 18
18	3 10
19	3 2
20	2 53
25	2 20
30	1 53
35	1 33
40	1 18
50	0 55
60	0 38
70	0 24
80	0 12
90	0 0

101. Ma queste refrazioni non son che le medie: esse variano in più ed in meno, secondo che la bassa atmosfera si carica più o meno di vapori, od è meno o più rarefatta dal calore.

102. Conosciuta la velocità del corso diurno apparente di un astro, e la sua direzione, si può sempre determinarne col calcolo per un dato istante l'altezza dall'orizzonte razionale. L'eccesso di quest'altezza sopra quella, che per mezzo di esatti istromenti si trova dall'orizzonte sensibile, si chiama *parallasse diurna* dell'astro.

103. Intanto che la refrazione innalza gli astri, la parallasse si abbassa, l'una e l'altra è nulla al zenit, e va continuamente crescendo fino all'orizzonte.

104. La parallasse di un astro è sempre eguale all'angolo, sotto cui un occhio posto al di lui centro vedrebbe il semidiametro terrestre condotto al luogo del vero osservatore. I due raggi visuali, e questo semidiametro costituiscono un triangolo, che si può chiamar *parallatico*. Se l'astro è all'orizzonte questo triangolo è rettangolo, e allora dato il semidiametro terrestre, e la parallasse, si possono determinare gli altri due lati, che son le distanze dell'astro medesimo, una dal centro della Terra e l'altra dal luogo dell'osservatore.

105. Conosciuta la distanza dell'astro dal centro della Terra per mezzo della di lui parallasse

orizzontale, e facile di conoscere tutte le altre di lui parallassi a differenti altezze; giacchè nel triangolo parallatico son noti allora due lati ed un angolo, che è il supplemento all'altezza misurata collo stromento.

106. L'angolo, sotto cui un occhio nel centro di un astro vedrebbe il diametro dell'orbita terrestre condotto al centro della Terra, dicesi parallasse annua dell'astro. La parallasse annua delle stelle è nulla affatto; si possono per conseguenza supporre ad una distanza infinita.

107. Il semidiametro verticale di un astro, che ha il centro all'orizzonte sensibile, e i due raggi condottivi alle estremità dall'occhio dell'osservator terrestre, costituiscono un triangolo, il quale ha per base comune col triangolo parallatico la distanza del centro dell'astro dall'occhio dell'osservatore. Dal confronto di questi due triangoli è facile di calcolare il semidiametro suddetto.

108. Il nome assoluto di *parallasse* non indica che la diurna. La parallasse del sole è troppo picciola per poterla determinare nella maniera sovrindicata (n.º 102). Gli astronomi trovano prima con varj metodi la distanza media del sole di 23405 semidiametri terrestri, poi ne colcolaron da essa la parallasse di 8', 8". Il semidiametro del Sole è quasi di 107 semidiametri della Terra.

109. Le macchie nere, che si osservano sulla superficie del Sole, pajon masse ondegianti. La loro forma è irregolare, il loro numero variabile, e la loro posizione incostante. Frammezzo però le lor variazioni si è potuto col loro soccorso conoscere in quell'astro un moto di rotazione, e determinarne il periodo di circa giorni $25 \frac{1}{2}$ da occidente in oriente attorno ad un asse inclinato press'a poco $82^\circ 42'$ all'eclittica.

110. La Luna accompagna continuamente la Terra, girandole intorno da occidente in oriente

in un'elisse; di cui il centro della Terra occupa un foco. La velocità ad ogni punto di quest'orbita è reciproca al quadrato della distanza; e le aree descritte dal raggio vettore sono proporzionali ai tempi. Tutto ciò si dimostra nella stessa maniera, che abbiám visto dell'orbita annua terrestre.

111. Il diametro apparente medio della Luna è di $31' 26''$, e allora la di lei parallasse orizzontale è di $57' 39''$ quando dunque la Luna ci compar sotto un angolo di $31' 26''$, la Terra sarebbe vista dal centro della Luna sotto quello di $115 118''$; e per conseguenza di diametri apparenti di questi due globi son nel rapporto di 3143 a 11530, o press'a poco di 3 ad 11.

112. La distanza media della Luna al centro della Terra è di 59, 642 semidiametri terrestri; l'eccentricità di 55 millesimi della distanza media; e la massima equazione del centro cioè la massima differenza tra l'anomalia vera e la media di $6^\circ 18' 31''$.

113. L'orbita lunare taglia l'eclittica in due punti, che chiamansi *nodi*, e segnatamente *nodo ascendente* quello, per cui la Luna monta verso il polo boreale dell'eclittica, e *nodo discendente* l'altro, per cui discende verso il polo australe. L'angolo d'inclinazione dell'orbita lunare all'eclittica varia in più, ed in meno di $8' 24''$ sopra $5^\circ 8' 49''$.

114. La rivoluzione siderea della Luna, cioè il suo ritorno al medesimo circolo di latitudine con una stella si compie in 27 giorni 7 ore $43' 12''$; e la tropica, cioè il suo ritorno al medesimo coluro degli equinozj in 27 ore 7 giorni $43' 5''$. La differenza di $7''$ dipende dalla precessione degli equinozj, ossia dal moto retrogrado dei punti equinoziali dell'orbita terrestre.

115. La rivoluzione anomalistica, cioè il ritorno della Luna all'apogeo è di 27 giorni 13 ore $18' 14''$. Il suo eccesso di 5 ore $35' 22''$ sopra la si-
de-

derea, dimostra, che la linea degli *absidi*, cioè che unisce l'apogeo ed il perigeo, si ravvolge anol' essa da occidente in oriente compiendo una rivoluzione siderea in 3232 giorni 11 ore 14' 31", cioè quasi in 9 anni.

116. Il ritorno della Luna al medesimo nodo è di 27 giorni 5 ore 5' 49". Hanno dunque i nodi della Luna un moto retrogrado, e la loro rivoluzione siderea è di 6793 giorni 52' 3", cioè di 19 anni manco 4 mesi e $\frac{1}{2}$.

117. La Luna dicesi in *congiunzione*, quando si trova fra il Sole, e la Terra, ed in *opposizione*, quando è posta al di là della Terra per rispetto al Sole nel medesimo circolo di latitudine. La congiunzione chiamasi anche *Luna nuova*, e l'opposizione *Luna piena*; ed entrambe con un solo vocabolo *Sizigie*. Il *primo quarto*, o la *prima quadratura* della Luna è a 90° dal Sole, e l'*ultimo quarto*, o la *seconda quadratura* a 270°, computando da occidente in oriente.

118. Il ritorno della Luna nuova definisce una *lunazione*, che dicesi anche *rivoluzione sinodica*, o *mese sinodico*; egli è di 29 giorni 12 ore 44' 3". Il suo eccesso sulla rivoluzione siderea dipende dal moto annuo della Terra. Descrivendo questa da occidente in oriente con moto medio 59' 8" per giorno, in tanto che la Luna percorre 13° 10' 35", il moto sinodico non riesce che di 12° 11' 27".

119. Il mese sinodico stà all'anno tropico press' a poco come 19 a 235. Dunque ogni 19 anni si avranno 235 lunazioni. Questo periodo dicesi *ciclo lunare*. Metone lo insegnò agli Ateniesi, i quali ne esponevano ciascun anno al pubblico in lettere d'oro il numero corrente, che però ha preso il nome di *numero d'oro*. Nell'anno, in cui fa la Luna nuova il primo di Gennajo, il numero d'oro è 1, nel susseguente è 2, nel terzo 3, e così successivamente.

120. Il numero d'oro del primo anno dell'era

volgare era 2. Dunque aggiungendo 1 all'anno corrente, e dividendo per 19, il residuo dà il numero d'oro.

121. *L'anno lunare* è il corso di dodici lunazioni complete, e però 10 giorni 21 ore 0' 13" più breve dell'anno tropico. *L'epatta* di un dato anno è l'età, che ha la Luna al di lui principiare. L'epatta dell'anno seguente contiene 10 giorni 21 ore 0' 13" di più. Se però la somma è maggiore di una lunazione completa, l'epatta non conta che l'eccesso. Si vede quindi, come dall'epatta di un dato anno si debba calcoliar quella di un altro qualunque anteriore, o posteriore.

122. Gli almanacchi contan le epatte da 11 in 11 giorni; e per diminuirne l'eccesso al possibile pongon le lunazioni di 30 giorni. Diminuite di un'unità il numero d'oro di un dato anno; moltiplicate il resto per 11, e sottratto quante volte potete dal prodotto il 30, il residuo vi darà l'epatta da segnare nell'almanacco di quell'anno. Col nome di *epatta* s'intende comunemente questa; l'altra più esatta chiamasi *epatta astronomica*.

123. Dal tempo trascorso dal principiare dell'anno fino ad un istante proposto sottraete prima l'epatta astronomica, indi quante volte potete il periodo di un'intera lunazione; il residuo sarà l'età media della Luna a quell'istante.

124. Aggiugnete insieme l'epatta comune, il numero de' mesi computato da Marzo inclusivamente fino al proposto, e quello dei giorni di esso mese pure inclusivamente fino al proposto. Se la somma sarà inferiore a 30, sarà dessa la prossima età della Luna; se poi sarà superiore, la prossima età della Luna sarà l'eccesso sopra 30, se il mese ha 31 giorni, e sopra 29, se non ne ha che 30. Pei mesi di Gennajo, e febbrajo non si aggiungono insieme che l'epatta, e i giorni del mese. Ma di

questo metodo non si dee far caso che dentro uno od anche due giorni.

125. Noi non vediamo la Luna, se non in quanto il di lei emisfero illuminato dal Sole si presenta al nostr' occhio proiettato sul circolo massimo perpendicolare al raggio visuale. Nella congiunzione l' emisfero illuminato è al di là di questo circolo, e la Luna è a noi invisibile. Passando poi ella alcuni gradi all' oriente, l' emisfero illuminato comincia a montare dalla parte occidentale al di quà verso noi, e mostrarsi proiettato in un *crescente* chiuso da un semicircolo al bordo della Luna, e dalla parte del centro da una semiellisse, la quale, innalzandosi l' emisfero illuminato, va di giorno in giorno diventando più stretta, finchè vicina al primo quarto si confonde col diametro del circolo perpendicolare al raggio visuale, e mostra la Luna *dicotoma*, cioè divisa per mezzo. Passa quindi, tuttavia avanzandosi l' emisfero illuminato, a sempre più incurvarsi dalla parte opposta fino a combaciare il bordo occidentale, e far luna piena. Dopo ciò l' emisfero illuminato, continuando il suo giro, abbandona il primo bordo della Luna, e da quivi comincia a mostrarsi terminato pure in una semiellisse che di mano in mano diminuisce in larghezza, diventa dopo l' ultimo quarto una linea retta, e rende la Luna un' altra volta *dicotoma*, e successivamente s' incurva dalla parte opposta, per raggiungere l' altro bordo alla Luna nuova.

126. Intendansi uniti a triangolo il centro del Sole, quel della Luna *dicotoma*, e l' occhio dell' osservatore. Il lato, che congiunge quest' occhio col centro della Luna, può determinarsi dalla *parallasse* (n.º 104); l' angolo all' occhio si può misurare; e l' angolo al centro della Luna è retto. Dunque potrà colla *Trigonometria* trovarsi l' ipotenusa, che è la distanza del Sole dall' occhio. La difficoltà di di ben precisare il momento della Luna *dicotoma*

rende questo metodo erroneo: ma dobbiamo però ad esso le prime nozioni che si ebbero della gran distanza del Sole dalla Terra.

127. Il globo terrestre proietta dietro se per rispetto al Sole un cono d'ombra, la di cui lunghezza, calcolata dal rapporto dei diametri del Sole, e della Terra, che è di circa 111 ad 1, e dalla distanza dei loro centri, che è di circa 11702 diametri terrestri, si trova di circa 106 di questi stessi diametri terrestri, e però maggiore di tre volte della distanza della Luna; la quale per conseguenza può nel suo corso attraversarla.

128. La larghezza poi della medesima ombra al luogo, in cui può essere attraversata dalla Luna, è di circa $\frac{76}{106}$ del diametro terrestre, vale a dir più del doppio diametro lunare (n.º 111). Può dunque la Luna non solo attraversar l'ombra terrestre, ma restarvi anche per qualche tempo immersa del tutto.

129. Un eclisse di Luna non è altro che la di lei immersione totale, o parziale nell'ombra terrestre. Ei dee accadere ogni volta che quest'astro si trova in opposizione in uno de' nodi della sua orbita, o in quelle vicinanze. Se il centro della Luna raggiunge il nodo precisamente sull'asse del cono ombroso, l'eclisse si chiama *centrale*. Negli altri casi la quantità dell'eclisse dipende dalla maggiore, o minor vicinanza del nodo al luogo dell'opposizione.

130. Quanto la Luna è più piccola del Sole, altrettanto questo è da noi più lontano in confronto di quella: di modo che i loro diametri apparenti, al nostr'occhio differiscono pochissimo, e si sorpassano anzi scambievolmente per le loro variazioni (n.º 74, 111). Può dunque la Luna coprirci alla vista, ora in tutto, ed ora in parte, il disco solare, cioè produrci un *eclisse* di Sole totale, o parziale.

131. Ciò avviene allorchè la Luna entra in congiunzione al raggiungere un nodo della sua orbita. Se al momento della congiunzione il centro della Luna si trova precisamente su questo nodo, desso, e i centri del Sole, e della Terra sono nella medesima linea retta; e l'osservatore, che si trova in questa linea, vede un'eclisse *centrale*. Se allora il diametro apparente della Luna è minore di quello del Sole, questo deborda tutt'intorno in forma d'un anello luminoso, e l'eclisse si chiama *anulare*.

132. La quantità di un'eclisse solare dipende adunque dalla maggiore e minor vicinanza della Luna da un nodo della sua orbita al momento della congiunzione, e dal rapporto delle distanze del Sole, e della Luna dal centro della Terra, che ne fa variare i diametri apparenti. L'elevazione della Luna sull'orizzonte, diminuendone la distanza dall'osservatore, ne accresce il diametro apparente, e variandone la parallasse, nè fa pur variare l'apparente sua posizione col Sole: così un osservatore può vedere un'eclisse di Sole, che non è visto da un altro da lui distante. E in ciò gli eclissi di Sole differiscono da quelli di Luna, che son per tutti i luoghi della Terra gli stessi.

133. Lo sparire poco men che improvviso della luce in un'eclisse totale di Sole nè accresce le tenebre, il ciel si presenta come nelle notti più oscure, le stelle compajono con tutto il loro splendore, e gli animali si riempiono di spavento.

134. Se la Luna fosse circondata da un'atmosfera sensibile, il Sole e le stelle, che vanno a nascondersi dietro il suo disco, piegherebbero, siccome accade per l'atmosfera terrestre (n.º 99), i raggi intorno ad esso verso il centro, e noi vedremmo gli eclissi incominciare più tardi, e terminare più presto di quanto importa il lor transito da un di lei bordo all'altro.

135. La corona di pallida luce, che circonda la Luna durante un'eclisse totale di Sole, è troppo sensibile, ed estesa per potersi attribuire all'atmosfera lunare; e par probabile, ch'ella sia l'atmosfera stessa del Sole.

136. La debole rossigna luce, che si osserva ordinariamente negli eclissi totali di Luna sul di lei disco, le viene dai raggi riflessi dall'atmosfera terrestre. La pallida cenerina luce, che vediamo sulla porzione non illuminata del disco lunare nelle vicinanze de' novilunj, dipende dai riflessi della Terra. La porzione illuminata del medesimo disco compare più rilevata, perchè l'abbondante sua luce si sparpaglia sulla retina, e vi fa un'impressione più viva, e più espansa.

137. La luce del Sole è più debole ai bordi, che al centro, a cagione della gran dispersione, che soffre nell'atmosfera solare, cui è obbligata a traversare obliquamente per giungere a noi. Al contrario la luce della Luna è più viva ai bordi, perchè da quindi, senza soffrir dispersione sensibile dall'atmosfera lunare, ci viene sotto un angolo minore, e per conseguenza più fitta.

138. Sulla parte non illuminata del disco lunare, e principalmente tra la congiunzione, e la quadratura, si scorgono col cannocchiale a qualche distanza dalla concavità del crescente sparsi dei pezzetti di Luna non men rilucenti del crescente medesimo. Son dessi montagne, che sporgono altissime ad essere illuminate anticipatamente dal Sole. Le profondità si offrono anche alla nuda vista in forma di macchie oscure.

139. La posizione costante di queste montagne, e di queste profondità per rispetto al nostr'occhio dimostra, che la Luna volge sempre in verso noi lo stesso emisfero; che però ella ruota intorno se stessa nel tempo medesimo, che gira nella sua orbita intorno alla Terra. Così voi girando intor-

no ad una tavola colla faccia sempre rivolta a guardare un medesimo oggetto collocato nel mezzo, vi ravvolgete sì fattamente intorno a voi stesso, che dove ad un punto della tavola avevate una parete alle spalle, arrivato al punto opposto ve la trovate in faccia.

140. La *librazione*, per la quale vediamo le macchie della Luna ora allontanarsi, ora avvicinarsi alcun poco ai bordi dipende 1.º dalle ineguaglianze del moto di quest' astro nella sua orbita, e per conseguenza dal di lui disaccordo colla rotazione. 2.º Dalla parallasse, per cui al variar della Luna in altezza dall' orizzonte, il raggio visuale condotto al di lei centro varia d' inclinazione col pian della base dell' emisfero visibile. 3.º Dall' essere l' asse di rotazione alcun poco obliquato al piano dell' orbita, e dal presentarsi per conseguenza un de' poli inclinato or verso il centro della Terra, ora da un canto, ora dall' altro, ed ora in senso opposto.

141. Oltre la Terra girano intorno al Sole a riceverne la luce, e gli influssi molti altri globi opachi, quali da occidente in oriente secondo l' ordine de' segni, in elissi di poca eccentricità, e quali per altri versi in elissi estremamente allungate. I primi si chiaman *pianeti*, e i secondi *comete*.

142. L' *afelio* di un pianeta, o di una cometa è il punto della sua massima distanza dal Sole, e il *perielio* quello della sua distanza minima. Il *nodo ascendente* è il punto, in cui attraversa il pian dell' eclittica per montare alla parte boreale, e il *nodo discendente* il punto, per cui vi discende alla parte australe.

143. Nella seguente tabella espongo i nomi dei pianeti finor conosciuti; le loro distanze medie dal Sole, dette *geocentriche*, presa per unità quella della Terra; le eccentricità delle loro orbite,

ciascuna in parti della corrispettiva distanza media; le inclinazioni delle orbite all' eclittica, le durate delle loro rivoluzioni sideree da occidente in oriente intorno al Sole; le durate delle loro rotazioni, pure da occidente in oriente, ciascuno intorno al proprio asse; e in fine i loro diametri medj in parti del diametro medio terrestre.

Pianeti	Distanze medie	Eccentricità	Incl. dell' orb	Rivol sideree	Rotazioni	Diametri medj
Mercurio	0,3871	0,2055	7° 0' 0"	gior. 87,9693	Inosservata	0, 407
Venere	0,7233	0,0069	3 23 35	224,7008	gior. 0,972	0, 959
la Terra	1,0000	0,0168	0 0 0	365,2564	0,997	1, 000
Marte	1,5237	0,0931	1 51 0	686,9796	0,027	0, 663
Vesta	2,30 cir.	0,09 cir.	7 14 cir.	1278 circa	Inosservata	Piccolissimi Secondo Olbers pezzi di un solo pianeta.
Giunone	2,66 cir.	0,25 cir.	13 4 cir.	1589 circa	Inosservata	
Cerere	2,77 cir.	0,08 cir.	10 5 cir.	1681 circa	Inosservata	
Pallade	2,77 cir.	0,25 cir.	34 38 cir.	1683 circa	Inosservata	
Giove	5,2027	0,0481	1 19 2	4332,6022	0,414	
saturno	9,5407	0,0562	2 29 55	10759,0772	0,428	9, 983
Urano	19,1836	0,0467	0 46 26	30689,0000	Inosservata	4, 333

144. L' ultimo di questi pianeti fu scoperto da Herchel nel 1781. Cerere, Pallade, Giunone, e Vesta sono stati trovati dal 1801 in quà, il primo da' Piazzi, il secondo ed il quarto da Olbers, e il terzo da Harding.

145. Era stato notato prima da Lambert, poi da Bode, esistere nella distanze eliocentriche dei pianeti una progressione, la quale restava interrotta tra Marte, e Giove. Or la media aritmetica fra le distanze de' suddetti quattro pianeti ultimamente scoperti toglie un tale interrompimento. La progressione è come segue.

Mercurio	4
Venere	$4 + 3 = 7$
La Terra	$4 + 2 \cdot 3 = 10$
Marte	$4 + 2 \cdot 2 \cdot 3 = 16$
Pianeti nuovi	$4 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 28$
Giove	$4 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 52$
Saturno	$4 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 100$
Urano	$4 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 196$.

146. Il telescopio ha scoperto intorno a Giove quattro lune girar da occidente in oriente a differenti distanze, sette intorno a Saturno, e sei intorno ad Urano. Chiamansi elle più comunemente *satelliti* del pianeta, intorno a cui girano. Collo stesso stromento si osserva intorno a Saturno, alla distanza di circa un terzo del di lui diametro, un anello, il cui piano essendo inclinato circa $31^{\circ} 19'$ all'eclittica, ci si presenta sotto forma di un'elisse più, o meno stretta, e qualche volta evanescente in una linea retta.

147. Le distanze dei satelliti dai loro primarj si misurano in semidiametri di essi primarj. Come però Giove è sensibilmente rilevato all'equatore, val a dire al circolo massimo della sua rotazione, così le distanze dei satelliti di questo pianeta si misurano in diametri dell'equatore medesimo.

Satelliti di Giove	Distanze medie	Rivoluzioni sideree
I	5,6973	gior. 1,76914
II	9,0659	3,55118
III	14,4616	7,15455
IV	25,4360	16,68902
Satelliti di Satur.	Distanze medie	Rivoluzioni sideree
I	3,080	gior. 0,943
II	3,952	1,370
III	4,893	1,888
IV	6,268	2,734
V	8,754	4,517
VI	20,295	15,945
VII	59,154	79,330
Satelliti di Urano	Distanze medie	Rivoluzioni sideree
I	13,12	gior. 5,892
II	17,02	8,709
III	19,84	10,961
IV	22,75	13,462
V	45,50	38,042
VI	91,00	107,694

148. *Elongazione* di un pianeta dicesi l'angolo, sotto cui la Terra ne vede la distanza dal Sole. Mercurio, e Venere, chiamati pianeti *inferiori*, perchè le loro orbite sono abbracciate da quella della Terra, non possono mai elongarsi dal Sole più di quanto portano le loro distanze massime. Quindi la massima elongazion di Mercurio non può mai eccedere $48^{\circ} 48'$, nè quella di Venere $47^{\circ} 42'$. Tutti gli altri pianeti, chiamati *superiori*, perchè le loro orbite abbracciano quella della Terra, passano per tutte le elongazioni possibili.

149. Un pianeta è in *congiunzione* col Sole, quando è a zero di elongazion da quell'astro, e in *opposizione*, quando è a 180° . Mercurio, e Venere non possono mai essere in questo secondo caso, ma sibbene due volte nel primo, una in passando tra il Sole, e la Terra, e l'altra in ripassando al di là dal Sole: la prima dicesi *congiunzione inferiore*, e la seconda *congiunzion superiore*. Tutti gli altri pianeti subiscono e l'opposizione, e la congiunzion superiore, non mai però la congiunzione inferiore.

150. Le congiunzioni superiori, e le opposizioni ci presentano a vedere il pianeta dalla sua parte illuminata, e le inferiori dalla parte oscura. Dunque i pianeti inferiori soggiacciono a delle fasi analoghe alle lunari. Marte, che tra i pianeti superiori è il più vicino alla Terra, ci mostra tra la congiunzione e l'opposizione qualche pò di diminuzione del suo disco illuminato, la quale giunge a nulla più di quella della Luna tre giorni avanti il suo pieno. Gli altri pianeti, attese le loro grandi distanze da noi, ci si mostrano costantemente illuminati in tutta l'estenzione, e rotondità del loro disco.

151. Allorchè la congiunzione inferior d' un pianeta accade in un nodo della sua orbita, egli si osserva progettato sul disco solare come una nera macchia, che vi descrive una corda. Due osservatori posti a sufficiente distanza l'uno dall'altro, trovano una tal proiezione corrispondere nello stesso istante a differenti punti del disco. Dal confronto delle loro osservazioni deducono colla più grande esattezza la parallasse del pianeta, e quindi la sua distanza dal centro della Terra.

152. Un pianeta qualunque nella sua congiunzione superiore è alla massima distanza geocentrica, ed il suo diametro apparente è minimo. Le fasi pertanto de' pianeti inferiori sono fino ad un certo

limite superate dalle loro grandezze apparenti. Venere per es. compare della massima grandezza, e splendore a $34^{\circ} \frac{1}{2}$ di elongazione, dove ella non è illuminata che come la Luna di cinque giorni. La Terra essendo perielia, e Venere afelia, questo pianeta nella suddetta fase è visibile anche in pieno giorno. Quanto a' pianeti superiori, è chiaro dover eglino essere assai più grandi e risplendenti nelle opposizioni, che nelle congiunzioni.

153. Tutti i pianeti nelle loro congiunzioni superiori, ed inferiori salgono, e tramontano l'orizzonte col Sole invisibili all'occhio nudo. Mercurio attesa la sua gran vicinanza al Sole è sempre immerso nei raggi di quest'astro, nè può distinguersi ad occhio nudo, che qualche rara volta nelle sue più grandi elongazioni. Urano per la sua grande distanza, e i quattro nuovi pianeti per la loro estrema piccolezza non possono osservarsi che col telescopio.

154. Un pianeta, passata che ha la congiunzione superiore, comincia a comparirci la sera a ponente dopo il tramonto del Sole. Il suo moto apparente è allora *diretto*, cioè a dire secondo l'ordin de' segni, e noi lo troviamo ogni sera sempre più avanzato all'oriente. Ma un tal moto va continuamente scemando, e il pianeta volgendo verso la seconda congiunzione, s'egli è inferiore, o l'opposizione, se è superiore, diventa per alcuni di *stazionario*, e successivamente *retrogrado* a gradi, che successivamente crescendo fino al momento della congiunzione od opposizione, poi col ordin medesimo decrescendo, il rendono stazionario di nuovo, per restituirgli il primiero suo stato.

155. Tutte queste apparenze dipendono dal moto, che fa il raggio visuale intorno all'occhio dell'osservatore tratto simultaneamente, e sotto direzioni sempre varianti, dalla Terra, e dal pianeta posti a' suoi estremi. Nella congiunzion supe-

riore i moti reali di questi due globi sono direttamente contrarj l' un all' altro , e cospiran così a volgere il raggio visuale pel medesimo verso : ecco il moto diretto . Nella congiunzione inferiore , o nell' opposizione procedono pel medesimo verso ; ma la velocità del globo più vicino al Sole vincendo quella del più lontano (*n.º 143 Tab.*), il raggio visuale si trova dal di lui eccesso obbligato a volgere in senso contrario all' antecedente : ecco il moto retrogrado . Prima e dopo quest' epoca un tale eccesso , a cagione del variare che fan d' inclinazione tra loro i due moti reali , passa per tutti i gradi minori , e per conseguenza pel zero ; quivi pertanto il raggio visuale non è che trasportato parallelamente a se stesso senza rotazione veruna : ed ecco il pianeta comparir stazionario .

156. Un satellite si eclissa , e scompare ogni volta , che entra nel cono d' ombra , che il suo primario proietta dietro se per rispetto al Sole . Gli eclissi dei satelliti di Giove si trovano in tutte le Effemeridi calcolati anticipatamente d' uno , o più anni . Sono essi d' un uso grandissimo a trovar le distanze in longitudine dei luoghi , in cui sono osservati . Queste osservazioni non possono farsi in mare , a cagione dell' instabilità del vascello , e delle picciolezze di tali astri .

157. L' allungamento grandissimo delle elissi delle comete non ci permette di veder questa specie di astri , che per poco tratto verso il loro perielio , nè per conseguenza di riconoscerne da un solo apparimento l' intero giro , e la sua durata . Se però la distanza perielia di una cometa , le posizioni del perielio , e dei nodi , e l' inclinazione dell' orbita al pian dell' eclittica si trovano assai press' a poco gli stessi coi già stati osservati in un' altra ; egli è probabilissimo , che l' una sia la stessa che l' altra .

158. Atteso il poco tempo , che gli astronomi

si sono applicati a diligentemente osservare le comete, in confronto de' lunghissimi loro periodi, noi non ne conosciamo finor con certezza, che il tempo della rivoluzion d' una sola, quella cioè dell' anno 1682, che Halley trovò identica con quelle degli anni 1531, e 1607, e di cui predisse il ritorno pel 1759, come in fatti avvenne. Il di lei periodo è di circa 76 anni, l' asse maggiore della sua orbita di 35,9 semidiametri medj dell' orbita terrestre, e la distanza perielia di 0,58.

159. Le comete si mostran mai sempre accompagnate da una nebulosità, che spesso si stende in una lunga coda diretta per rispetto al Sole al di là del disco. Egli è probabilissimo, che il sommo calor, eh' elle provano ne' loro perielj, rarefaccia le materie congelate dal freddo eccessivo, che provarono negli afelj, e ne innalzi a grandissime distanze i vapori; i quali poi vengano spinti con forza dai raggi del Sole, e disciolti nella di lui stessa atmosfera.

160. La fase osservata nella cometa del 1744, la qual presentava una sola metà del disco illuminato, prova ad evidenza essere questa specie di corpi della natura stessa dei pianeti, cioè a dire opachi, e rischiarati soltanto dalla luce solare.

161. Le principali costellazioni si trovan disegnate sui globi, e sulle carte, cui bisogna riconoscere, e riscontrare un pò per notte col cielo, rendendosi familiari almeno le stelle più distinte, e conspique. Per sapere poi all' uopo la precisa posizion d' una stella, non si ha che da ricorrere ai cataloghi, che ne han dato gli Astronomi.

C A N O N I

Della Trigonometria Sferica.

Un *triangolo sferico* è costituito, alla superficie di una sfera da tre archi di circoli massimi, che s'interseghano in essa. I suoi angoli dipendono dalle inclinazioni dei piani, e si misuran com'esse.

Sia ABD (Fig. 1.) un triangolo sferico, C il centro della sfera, alla di cui superficie è costituito, e CA, CD, CB tre semidiametri condotti ciascuno a ciascun de' tre angoli: saranno ABC, ADC, DBC , i tre piani degli archi AB, AD, DB , e i raggi stessi le loro intersezioni.

Del triangolo sferico rettangolo.

Pongasi il suddetto triangolo rettangolo in D , e però i due piani ADC, DBC perpendicolari l'uno all'altro. Si cali da B la BE perpendicolare a CD , e per conseguenza al piano ADC , e ad ogni retta condotta in esso pel di lei piede (*Eucl. Lib. XI. Def. III, e IV*); e guidata EF perpendicolare a CA , si unisca BF . Il pian del triangolo BEF , passando per la BE , sarà com'essa perpendicolare al piano ADC ; e la CF , che giace in questo secondo piano, ed è perpendicolare alla di lui intersezione col primo, sarà pure perpendicolare ad esso, epperò anche alla retta BF (*Eucl. Def. citate*).

Ne' due triangoli rettilinei CFB, CEB , rettangoli in F , ed E , le rette BF, BE , ragguagliate al raggio CB , rappresentano i seni degli angoli BCF, BCE , o dell'ipotenusa AB , e del lato BD

del triangolo sferico, intanto che nel triangolo rettilineo BEF rettangolo in E, rappresentano il raggio, ed il seno dell'angolo rettilineo BFE, ovvero dello sferico BAD. Si ha dunque $1 : \text{sen. A} :: \text{sen. AB} : \text{sen. BD}$; e quindi

CANONE I. *Il raggio al seno di un angolo, come il seno dell'ipotenusa al seno del lato opposto.*

Ne' due triangoli rettilinei CFB, CFE entrambi rettangoli in F, le rette BF, EF ragguate al raggio CF, rappresentano le tangenti degli angoli BCF, ECF, ovvero dell'ipotenusa AB, e del lato AD del triangolo sferico, intanto che nell'altro, triangolo BEF rappresentano il raggio, ed il coseno dell'angolo rettilineo BFE, ovvero dello sferico BAD. Si ha dunque $1 : \text{cos. A} :: \text{tang. AB} : \text{tang. AD}$; e quindi

CANONE II. *Il raggio al coseno d' un angolo, come la tangente dell'ipotenusa alla tangente del lato adjacente.*

Finalmente nei triangoli rettilinei CEB, CFE rettangoli in E, ed F, le rette EF, EB, ragguate al raggio CE, rappresentano l'una il seno dell'angolo ECF, o dell'arco AD, e l'altra la tangente dell'angolo BCE, o dell'arco BD, intanto che nel triangolo BEF rappresentano, la prima il raggio, e l'altra la tangente dell'angolo rettilineo BFE, o dello sferico BAD. Si ha dunque $1 : \text{tang. A} :: \text{sen. AD} : \text{tang. BD}$; epperò

CANONE III. *Il raggio alla tangente d' un angolo, come il seno del lato adjacente alla tangente del lato opposto.*

Dividendo l'equazione $\text{sen. A sen. AB} = \text{sen. BD}$, che si ha dal can. I., per l'equazione $\text{tang. A sen. AD} = \text{tang. BD}$, che si ha del can. III., risulta $\frac{\text{cos. A sen. AB}}{\text{sen. AD}}$
 $= \text{cos. BD}$, e $\text{cos. A sen. AB} = \text{cos. BD sen. AD}$, e dividendo questa per l'equazione $\text{cos. A tang. AB} = \text{tang. AD}$, che si ha dal can. II, si ottien cos. AB
 $=$

$= \cos. BD \cos. AD$; onde $1 : \cos. AD :: \cos. BD : \cos. AB$;
cioè

CANONE IV. *Il raggio al coseno di un lato ,
come il coseno dell'altro lato al coseno dell' ipote-
nusa .*

Dividendo poi la medesima equazione $\cos. A$
 $\text{sen.} AB = \cos. BD \text{sen.} AD$ per l' equazione
 $\text{sen.} B \text{sen.} AB = \text{sen.} AD$, che si ha pure dal can. I, si ot-
tiene $\frac{\cos. A}{\text{sen.} B} = \cos. BD$; onde $1 : \text{sen.} B :: \cos. BD : \cos. A$;
cioè

CANONE V. *Il raggio al seno d' un angolo, co-
me il coseno del lato adjacente al coseno dell' al-
tro angolo .*

Finalmente dividendo l' equazione $\text{sen.} A \text{sen.} AB$
 $= \text{sen.} BD$ del can. I. per l' equazione $\cos. A \text{ tang.} AB$
 $= \text{tang.} AD$ del can. II. , si ha $\text{tang.} A \cos. AB =$
 $\frac{\text{sen.} BD}{\text{tang.} AD}$. Avendosi poi dal can. III. $\frac{\text{sen.} BD}{\text{tang.} AD} =$

$\frac{1}{\text{tang.} B} = \cot. B$, sarà $\text{tang.} A \cos. AB = \cot. B$, e

$1 : \text{tang.} A :: \cos. AB : \cot. B$; cioè

CANONE VI. *Il raggio alla tangente d' un angolo,
come il coseno dell' ipotenusa alla cotangente dell'
altro angolo .*

SCOLIO , Siccome il seno di un angolo , o di
un arco è sempre eguale al seno del supplemento
a 180° ; così nella soluzion de' problemi , che di-
pendono dal primo canone , non si ha verun con-
trassegno a conoscere le specie del termine cercato ,
cioè s' egli sia minore , ovvero maggiore di 90° .
In tali casi , che si chiamano *casi dubbj* , convien
ricorrere alle circostanze esterne del problema , ed
anche alla figura stessa , purchè siasi abbastanza
ben disegnata . In tutti gli altri casi la specie del
termine cercato si determina per le sole regole ordi-
narie dei segni : giacchè il coseno , la tangente , e

la cotangente han prefisso il segno +, ovvero —, secondo che i loro rispettivi archi, od angoli sono minori, ovvero maggiori di 90° .

P R O B L E M A I.

Data l'obliquità dell'eclittica, e il luogo del Sole, cioè a dire la sua longitudine, trovarne la declinazione, e l'ascension retta.

Sia (Fig. 2.) AD l'equatore, AB l'eclittica, l'angolo A la di lei obliquità, che noi supporrem sempre di $23^\circ 28'$, BD un arco di declinazione; e pongasi $AB = 67^\circ 19' 20''$. Si avrà pel can. I, $\alpha : \text{sen. } 23^\circ 28' :: \text{sen. } 67^\circ 19' 20'' : \text{sen. BD}$; e pel can. II, $\alpha : \text{cos. } 23^\circ 28' :: \text{tang. } 67^\circ 19' 20'' : \text{tang. AD}$; quindi

$$\begin{array}{rcl} \log. \text{sen. } 23^\circ 28' & = & 9.6001181 \\ \log. \text{sen. } 67^\circ 19' 20'' & = & 9.9650547 \\ \hline \log. \text{sen. BD} & = & 9.5651728 \\ \text{e BD} & = & 21^\circ 33' 26'' \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \log. \text{cos. } 23^\circ 28' & = & 9.9625076 \\ \log. \text{tang. } 67^\circ 19' 20'' & = & 0.3789760 \\ \hline \log. \text{tang. AD} & = & 0.3414836 \\ \text{ed AD} & = & 65^\circ 30' 33'' \end{array}$$

Il valore di BD si è preso minore di 90° , perchè la declinazione del Sole non può mai superare $23^\circ 28'$. Il valore di AD si è preso anch'esso minor di 90° , perchè i primi tre termini dell'analogia essendo positivi, positivo dee pur essere l'ultimo. Che se la longitudine data fosse $112^\circ 40' 40''$, la sua tangente essendo negativa, negativa sarebbe pur necessariamente anche la tangente di AD, e per conseguenza $AD = 119^\circ 29' 27''$.

P R O B L E M A II.

Data l'obliquità dell'eclittica, l'ascensione retta di un astro, e la sua declinazione, trovarne la latitudine, e la longitudine.

Sia (Fig. 3) AO l'equatore, AC l'eclittica, S un astro proposto, SB un arco di latitudine, ed SD un arco di declinazione: sarà CAO l'obliquità dell'eclittica, AD l'ascensione retta, SD la declinazione, SB la latitudine, ed AB la longitudine dell'astro medesimo computata dal punto A, che vuol essere quello di Ariete. Or nel triangolo ASD rettangolo in D, si ha l'ipotenusa AS pel can. IV. Calcolata questa, e riferita al triangolo ASB rettangolo in B, si ha pel can. I. l'arco SB, e pel can. II. l'arco AB.

P R O B L E M A III.

Conosciuta la declinazione del Sole in un dato giorno dell'anno, e la durata di questo stesso giorno ad un certo luogo della Terra, trovare l'altezza del polo del medesimo luogo.

Sia (Fig. 4.) OS l'orizzonte, OP l'altezza del polo, S il Sole al suo nascere, o tramontare, PS il complemento (a) della sua declinazione, SPO il supplemento dell'angolo orario. Nel triangolo POS rettangolo in O si ha pel can. II. $1 : \cos.P :: \text{tang. PS} : \text{tang. PO}$.

Del triangolo sferico obliquangolo.

Ogni triangolo sferico obliquangolo ABC (Fig. 5. 6.) si può dividere in due rettangoli ABD, ACD col mezzo di un arco di circolo massimo AD guidato da un angolo A perpendicolarmente alla base BC.

(a) Chiamasi *complemento* tanto il difetto, quanto l'eccesso d'un arco o d'un angolo da 90° .

Senza distinguere, se quest'arco perpendicolare cada dentro il triangolo (Fig. 5), ovvero fuori (Fig. 6.), chiameremo gli angoli BAD , CAD *segmenti del vertice*, e gli archi BD , CD *segmenti della base*; BAD , BD *adjacenti* al lato AB , ed all'angolo B , ed *opposti* al lato AC , ed all'angolo C ; e viceversa CAD , CD *adjacenti* al lato AC , ed all'angolo C , e *opposti* al lato AB , ed all'angolo B .

Applicando ad entrambi i triangoli ABD , ACD il can. I., si ha $1:\text{sen.}B::\text{sen.}AB:\text{sen.}AD$, e $1:\text{sen.}C::\text{sen.}AC:\text{sen.}AD$; onde $\text{sen.}AD = \text{sen.}B \text{sen.}AB = \text{sen.}C \text{sen.}AC$, e $\text{sen.}B:\text{sen.}C::\text{sen.}AC:\text{sen.}AB$; cioè

CANONE VII. *I seni degli angoli, come i seni dei lati opposti.*

Il can. II. dà $1:\text{cos.}BAD::\text{tang.}AB:\text{tang.}AD$, ed $1:\text{cos.}CAD::\text{tang.}AC:\text{tang.}AD$; onde $\text{tang.}AD = \text{cos.}BAD \text{tang.}AB = \text{cos.}CAD \text{tang.}AC$, e $\text{cos.}BAD:\text{cos.}CAD::\text{tang.}AC:\text{tang.}AB$; cioè

CANONE VIII. *I coseni dei segmenti del vertice, come le tangenti dei lati opposti.*

Il can. III. dà $1:\text{tang.}B::\text{sen.}BD:\text{tang.}AD$, ed $1:\text{tang.}C::\text{sen.}CD:\text{tang.}AD$; onde $\text{tang.}AD = \text{sen.}BD \text{tang.}B = \text{sen.}CD \text{tang.}C$, e $\text{sen.}BD:\text{sen.}CD::\text{tang.}C:\text{tang.}B$; cioè

CANONE IX. *I seni dei segmenti della base, come le tangenti degli angoli opposti.*

Il can. IV. dà $1:\text{cos.}BD::\text{cos.}AD:\text{cos.}AB$, ed $1:\text{cos.}CD::\text{cos.}AD:\text{cos.}AC$; onde $\text{cos.}AD = \frac{\text{cos.}AB}{\text{cos.}BD} = \frac{\text{cos.}AC}{\text{cos.}CD}$, ossia $\text{cos.}BD:\text{cos.}CD::\text{cos.}AB:\text{cos.}AC$; cioè

CANONE X. *I coseni dei segmenti della base, come i coseni dei lati adjacenti.*

Il can. V. dà $1:\text{sen.}BAD::\text{cos.}AD:\text{cos.}B$, ed $1:\text{sen.}CAD::\text{cos.}AD:\text{cos.}C$; onde $\text{cos.}AD = \frac{\text{cos.}B}{\text{sen.}BAD} = \frac{\text{cos.}C}{\text{sen.}CAD}$, o $\text{sen.}BAD:\text{sen.}CAD::\text{cos.}B:\text{cos.}C$, cioè

CANONE XI. *I seni dei segmenti del vertice, come i coseni degli angoli adjacenti.*

L' analogia $\cos.BD:\cos.CD::\cos.AB:\cos.AC$ del can. X. dà $\cos.BD + \cos.CD:\cos.BD - \cos.CD::\cos.AB + \cos.AC:\cos.AB - \cos.AC$, e quindi $\cot.\frac{1}{2}(BD + CD):\text{tang}.\frac{1}{2}(BD - CD)::\cot.\frac{1}{2}(AB + AC):\text{tang}.\frac{1}{2}(AB - AC)$; cioè

CANONE XII. *La cotangente della metà della base alla tangente della semidifferenza de' suoi segmenti, come la cotangente della semisomma dei lati alla tangente della loro semidifferenza.*

L' analogia $\text{sen}.BAD:\text{sen}.CAD::\cos.B:\cos.C$ del can. XI. dà $\text{sen}.BAD + \text{sen}.CAD:\text{sen}.BAD - \text{sen}.CAD::\cos.B + \cos.C:\cos.B - \cos.C$; e quindi $\text{tang}.\frac{1}{2}(BAD + CAD):\text{tang}.\frac{1}{2}(BAD - CAD)::\cot.\frac{1}{2}(B + C):\text{tang}.\frac{1}{2}(B - C)$; cioè

CANONE XIII. *La tangente della metà dell'angolo al vertice alla tangente della semidifferenza de' suoi segmenti, come la tangente della semisomma degli altri due angoli alla tangente della loro semidifferenza.*

SCOLIO. Per la risoluzione del triangolo obbli-
quangolo in luogo di ripassare ad uno ad un tutti i
casi, ci accontenterem d'avvertire 1.º che se i dati
comprendono un lato, ed un angolo, l'arco per-
pendicolare debb'esser guidato in modo, che d'es-
si riescano ipotenusi, ed angolo d'un de' triango-
li rettangoli. 2.º Se poi i dati sian tre lati, ov-
vero tre angoli, l'arco perpendicolare si farà cadere
sul lato adjacente ad uno degli angoli, ovvero dei
lati cercati.

P R O B L E M A IV.

Data la longitudine, e la latitudine geografi-
ca di due luoghi, trovarne la distanza.

Sia (Fig. 7) B il polo della Terra; A, C i due luoghi proposti, BA il complemento della latitudine di A, BC il complemento della latitudine di C, e l'angolo B eguale alla differenza delle loro longitudini; e cerchi AC.

Condotto l'arco AD perpendicolare a BC, si avrà pel can. II., $1:\cos.B::\text{tang}.AB:\text{tang}.BD$; e quindi i segmenti BD, CD. Il can. X. poi darà $\cos.BD:\cos.CD::\cos.AB:\cos.AC$; e quindi AC.

Siano per un esempio i due luoghi proposti Pietroburgo, e la Concezione.

Tipo del Calcolo.

Long. di Pietroburgo, o sua distanza orientale dal primo meridiano . . .	47° 59' 30"		
Long. della Concezione 305°, che ridotta alla distanza occidentale dal primo meridiano dà	55 0 0		
Distanza in longitud. delle due Città	102 59 30=B		
Lat. bor. di Pietroburgo	59° 56'		
Suo compl. o distanza dal polo . . .	30 4 0=AB		
Lat. aust. della Concezione	36° 42' 53"		
Suo compl. o distanza dal polo . . .	126 42 53=CB		
Log.—cos. B = 9.351814		Log.cos.AB = 9.937238	
Log.tang.AB = 9.762606		C.Log.—cos.BD = 0.003647	
Log.—tang.BD = 9.114420		Log. cos.CD = 9.842787	
BD = 172° 35' 6"		Log.—cos.AC = 9.733672	
AC = 126 42 53		AC = 127° 25' 18"	
CD = 45 52 13		60 AC = 7645,3 miglia geog.	

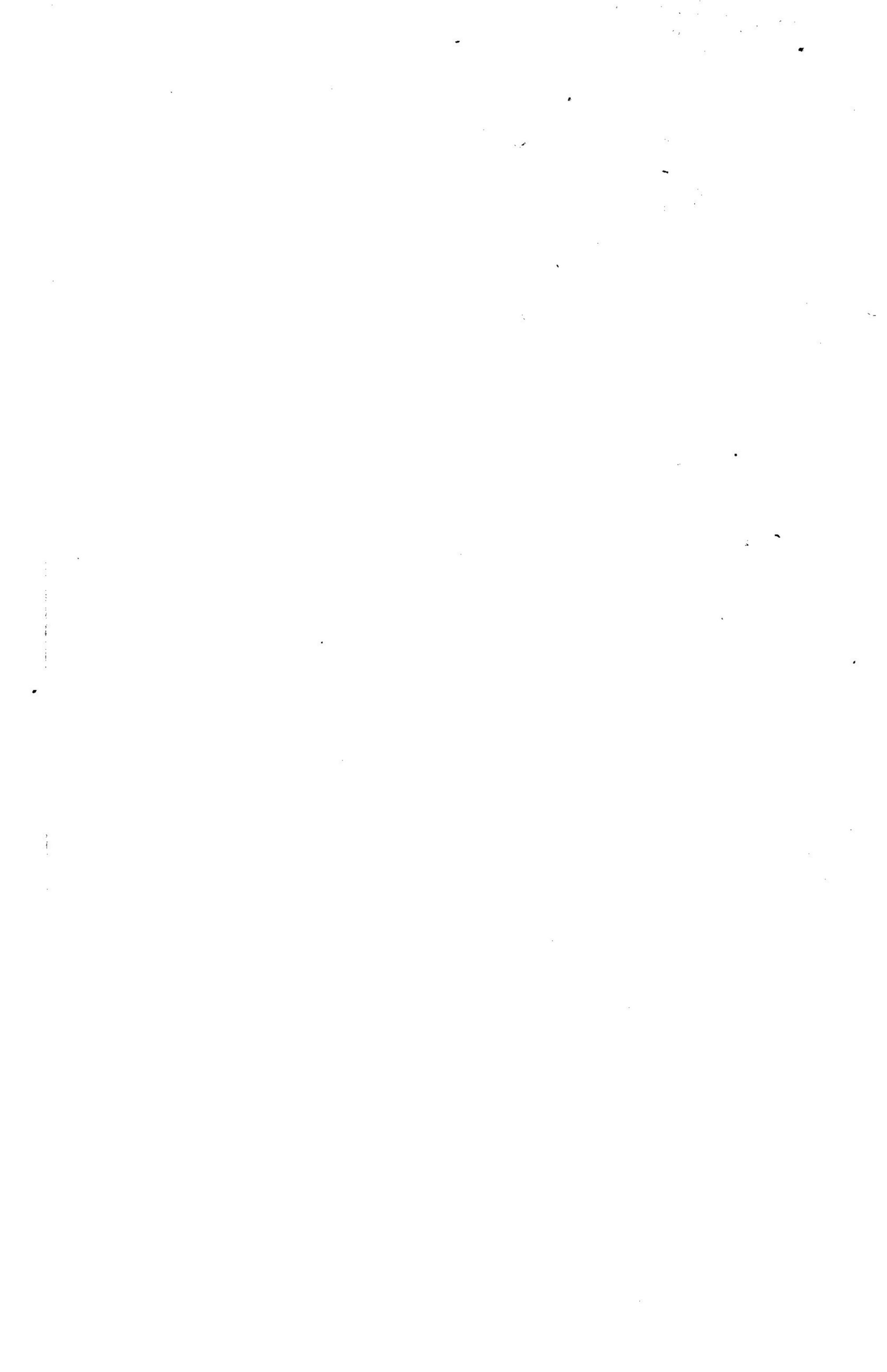
P R O B L E M A V.

Date le latitudini di due luoghi, e la loro distanza ridotta in gradi, trovarne la differenza di longitudine, cioè a dir l'angolo, che fanno al polo i loro meridiani.

Questo problema è inverso dell' antecedente , ed è di grand' uso in mare ; dove i Piloti san misurare la lunghezza del viaggio , e l' altezza del polo , o le latitudini dei luoghi , in cui la nave si trova .

I dati sono tre lati BA , BC , AC , e si cerca l' angolo B (Fig. 7). Condotta AD perpendicolare a BC ; Si farà pel can. XII. $\cot.\frac{1}{2}(AB+AC) : \tan.\frac{1}{2}(AB-AC) :: \cot.\frac{1}{2}(BD+CD) : \tan.\frac{1}{2}(BD-CD)$, ed ottenuti i segmenti BD, CD, si avrà l'angolo B per mezzo dell' analogia $\tan.AB : \tan.BD :: 1 : \cos.B$ del Can. II.

F I N E .



PAG.	LIN.	ERRORI	CORREZIONI
6	35	dei	dai
13	27	28',	28'
15	4	gnomone	gnomone ;
	18	23°, 18'	23° 28'
	33	23°,	23°
17	4	uscuro	oscuro
	20	anno ,	anno ;
	21	<i>antunno</i>	<i>autunno</i>
	26	sera	sfera
18	25	un'altra	un'altra
20	8	Sono	sono
22	1	ragiunge	raggiunger
25	7	Sedereo	sidereo
	15	Sidereo	sidereo
	16	precesione	precessione
29	10	dall'	dell'
30	18	si	li
32	18	centro	centro ,

Fig. 1.

